Отзывъ проф. А. М. Ляпунова о сочиненіи проф. В. А. Стеклова „Общія методы рѣшенія основныхъ задачъ математической физики“.

Предметомъ разсматриваемаго сочиненія служитъ изслѣдованіе тѣхъ вопросовъ математической физики, которые такъ или иначе связаны съ уравненіемъ Лапласа. Наиболѣе важные изъ этихъ вопросовъ приводятся къ опредѣленію функцій, удовлетворяющихъ уравненію Лапласа, при извѣстныхъ условіяхъ непрерывности и однозначности, по тѣмъ или другимъ предѣльнымъ условіямъ, какъ называютъ всякія условія, которыя должны быть выполнены на границѣ разсматриваемой области. Задачи объ опредѣленіи такихъ функцій, называемыхъ *гармоническими*, могутъ быть весьма разнообразны, ибо существеннымъ образомъ зависятъ отъ характера предѣльныхъ условій. Но изъ всѣхъ задачъ этого рода особеннаго вниманія заслуживаютъ двѣ, въ которыхъ предѣльныя условія приводятся, въ одной — къ заданію на границѣ области значеній самой гармонической функціи, въ другой—къ заданію значеній ея нормальной производной. Эти двѣ простѣйшія задачи, изъ которыхъ наиболѣе важное значеніе имѣетъ первая, извѣстная подъ именемъ *задачи Дирихле*, можно назвать основными, такъ какъ къ нимъ приводятся многія другія, болѣе сложныя. Этимъ двумъ задачамъ и отводится, поэтому, наиболѣе видное мѣсто въ разсматриваемомъ сочиненіи, гдѣ онѣ трактуются въ предположеніи, что границею области служитъ одна замкнутая поверхность, подчиненная условіямъ весьма общаго характера, и что разсматриваемая область приводится или къ части пространства внутренней по отношенію къ этой поверхности, или къ части пространства внѣшней.

Вышеуказанныя задачи принадлежатъ къ числу тѣхъ, которыя были поставлены уже давно. Ихъ постановка относится еще къ первой половинѣ истекшаго столѣтія и связана съ именами Гаусса, Грина и Дирихле. Но трудности, представляемыя этими задачами, таковы, что не говоря уже о рѣшеніи, сколько-нибудь удовлетворительномъ въ практическомъ отношеніи, самая возможность ихъ долгое время не могла быть установлена строго при сколько-нибудь общихъ предположеніяхъ.

Первый важный шагъ въ этомъ отношеніи былъ сдѣланъ Нейманомъ, который въ 1870 г. опубликовалъ методу, позволяющую доказать возможность задачи Дирихле — такъ называемый *принципъ Дирихле* — при довольно общихъ условіяхъ. Метода Неймана есть особая метода послѣдовательныхъ приближеній, и важность ея обусловливается главнымъ образомъ тѣмъ, что она даетъ извѣстное аналитическое выраженіе для искомой функціи. Правда, выраженіе это, по своей крайней сложности, не можетъ служить для дѣйствительнаго рѣшенія задачи. Но въ вопросѣ столь высокой общности едва ли можно требовать чего-либо вполнѣ удовлетворительнаго въ этомъ отношеніи. Важно уже и то, что мы имѣемъ выраженіе, которое можетъ быть полезно при различныхъ общихъ изысканіяхъ.

Должно однако замѣтить, что основной принципъ, на которомъ построена метода, и который я буду называть *принципомъ Неймана*, былъ доказанъ этимъ ученымъ лишь для случая поверхностей выпуклыхъ во всѣхъ своихъ точкахъ. Такимъ образомъ и принципъ Дирихле былъ доказанъ имъ лишь въ этомъ предположеніи.

Въ виду этого, какъ самъ Нейманъ, такъ и другіе ученые, между которыми въ особенности нужно указать на Шварца, продолжали изслѣдованіе вопроса, стараясь установить принципъ Дирихле и для поверхностей невыпуклыхъ. Но способы, предлагавшіеся ими для этой цѣли, при своей крайней сложности, не обладали надлежащей общностью, и до 1889 г., когда Пуанкаре опубликовалъ свое изслѣдованіе вопроса, не существовало вполнѣ общаго доказательства принципа Дирихле.

Паункаре наконецъ далъ такое доказательство, ибо изобрѣтенная имъ весьма общая метода позволяетъ установить принципъ Дирихле совершенно независимо отъ того, будетъ ли разсматриваемая поверхность выпуклою или нѣтъ. Слѣдуетъ притомъ замѣтить, что предлагаемая имъ метода основана на весьма простыхъ соображеніяхъ.

Изслѣдованіе Пуанкаре имѣетъ, поэтому, весьма важное значеніе. Но его метода не даетъ аналитическаго выраженія искомой функціи и въ этомъ отношеніи значительно уступаетъ методѣ Неймана.

Вслѣдствіе этого, нѣсколько лѣтъ спустя, Пуанкаре предпринялъ новое изслѣдованіе, имѣвшее цѣлью распространить методу Неймана и на поверхности невыпуклыя, и въ 1896 г. опубликовалъ весьма важный мемуаръ *La méthode de Neumann et le problème de Dirichlet*, гдѣ показываетъ, что такое распространеніе дѣйствительно возможно.

Этотъ мемуаръ важенъ не только по своимъ выводамъ, но и потому, что въ немъ указывается новое примѣненіе одной методы, которою незадолго передъ тѣмъ Пуанкаре съ успѣхомъ воспользовался для рѣшенія другого вопроса. Основаніе этой методѣ было положено Шварцомъ. Но Пуанкаре первый оцѣнилъ ея значеніе и показалъ, какъ можно ею пользоваться при рѣшеніи самыхъ разнообразныхъ вопросовъ. Въ настоящее время, благодаря изслѣдованіямъ какъ самого Пуанкаре, такъ и другихъ ученыхъ, метода эта, которую можно назвать *методою Шварца—Пуанкаре*, пріобрѣла полное развитіе и служитъ важнымъ средствомъ для рѣшенія вопросовъ математической физики. Этою методою весьма широко пользуется и авторъ разсматриваемаго сочиненія, который уже не разъ и раньше примѣнялъ ее къ различнымъ вопросамъ.

Что касается распространенія методы Неймана, то вышеназванный мемуаръ Пуанкаре еще нельзя было считать рѣшающимъ вопросъ окончательно, такъ какъ, при всей важности развиваемыхъ въ немъ идей, онъ оставлялъ многіе пункты недоказанными. Такъ, Пуанкаре основывается на одномъ преобразованіи перемѣнныхъ, которое считаетъ всегда возможнымъ, что однако же не можетъ быть принято безъ доказательства. Съ другой стороны, разсматривая гармоническія функціи, опредѣляемыя своими значеніями на поверхности, онъ дѣлаетъ выводы, законные лишь при допущеніи, что для частныхъ производныхъ этихъ функцій по координатамъ или, по крайней мѣрѣ, для нормальной производной существуютъ опредѣленныя предѣльныя значенія на поверхности. Между тѣмъ этихъ предѣльныхъ значеній можетъ и не существовать; да и вопросъ объ условіяхъ ихъ существованія въ то время не былъ разрѣшенъ.

Такимъ образомъ послѣ разсматриваемаго мемуара оставалось еще весьма широкое поле для изслѣдованій въ самыхъ разнообразныхъ направленіяхъ.

Въ связи съ упомянутымъ сейчасъ вопросомъ о существованіи предѣльныхъ значеній на поверхности для производныхъ гармонической функціи въ задачѣ Дирихле стоитъ вопросъ о возможности основной электростатической задачи.

Для рѣшенія этой задачи Робенъ еще въ 1886 году предложилъ методу послѣдовательныхъ приближеній, аналогичную Неймановой. Но сходимость своей методы Робенъ доказалъ, подобно Нейману, лишь для выпуклыхъ поверхностей и притомъ — *въ предположеніи, что возможность самой задачи не подлежитъ сомнѣнію.*

Эта возможность принималась раньше всѣми безъ доказательства, и Пуанкаре въ вышеназванномъ мемуарѣ, между прочимъ, на ней основываетъ свои выводы.

Я давно уже обращалъ вниманіе на то, что этотъ пунктъ представляетъ слабую сторону разсматриваемыхъ теорій, и что вопросъ о существованіи предѣльныхъ значеній на поверхности для производныхъ гармонической функціи въ задачѣ Дирихле, равно какъ и вопросъ о возможности электростатической задачи требуетъ особаго изслѣдованія.

Осенью 1897 года это изслѣдованіе, въ двухъ различныхъ направленіяхъ, было предпринято мною и В. А. Стекловымъ. Вскорѣ В. А. Стеклову удалось найти такое видоизмѣненіе анализа Робена, при которомъ сходимость методы можно было доказать независимо отъ предварительнаго допущенія возможности задачи. Такимъ образомъ получалось и доказательство этой возможности для случая выпуклыхъ поверхностей. Въ то же время мои изслѣдованія привели къ установленію тѣсной зависимости между принципомъ Неймана и основнымъ принципомъ методы Робена. Мнѣ удалось показать, и притомъ — независимо отъ того, принадлежитъ ли разсматриваемая поверхность къ числу выпуклыхъ или нѣтъ, что изъ принципа Неймана въ нѣкоторой частной формѣ выводится общій принципъ Робена. Этимъ устанавливались и возможность основной электростатической задачи, и сходимость методы Робена для всѣхъ случаевъ, въ которыхъ принципъ Неймана такъ или иначе установленъ. Вмѣстѣ съ тѣмъ, разсматривая общую задачу Дирихле, я указалъ и критеріумъ для рѣшенія вопроса о существованіи предѣльныхъ значеній на поверхности для производныхъ гармонической функціи.

Послѣ моего изслѣдованія, которое было опубликовано въ 1898 г., все дѣло сводилось къ тому, чтобы для поверхностей невыпуклыхъ доказать принципъ Неймана, по крайней мѣрѣ, въ той частной формѣ, которая лежала въ основаніи моихъ выводовъ, не прибѣгая къ допущенію существованія упомянутыхъ сейчасъ предѣльныхъ значеній производныхъ.

Таково было положеніе дѣла, когда В. А. Стекловъ предпринялъ настоящее изслѣдованіе.

Прежде всего нужно было пересмотрѣть анализъ Пуанкаре, чтобы, по возможности, освободить его отъ произвольныхъ допущеній.

В. А. Стекловъ замѣтилъ, что все зависитъ отъ доказательства одного общаго предложенія, лежащаго въ основаніи всѣхъ выводовъ Пуанкаре. Это предложеніе, которое В. А. Стекловъ называетъ „фундаментальною теоремой", доказывается Пуанкаре при помощи вышеупомянутаго преобразованія, причемъ при доказательствѣ Пуанкаре пользуется соображеніями, предполагающими существованіе не разъ упоминавшихся предѣльныхъ значеній производныхъ.

Что касается преобразованія Пуанкаре, то въ то время, когда писалось разсматриваемое сочиненіе, автору не удалось его устранить, и за неимѣніемъ сколько-нибудь общаго доказательства возможности этого преобразованія, авторъ принужденъ былъ его разсматривать, какъ особое условіе, характеризующее поверхность. Въ этомъ предположеніи онъ и доказываетъ „фундаментальную теорему“. Что же касается всѣхъ другихъ допущеній Пуанкаре, то автору удалось освободить отъ нихъ доказательство, придавши теоремѣ нѣсколько менѣе общую форму, чѣмъ та, въ которой она встрѣчается у Пуанкаре, что оказалось возможнымъ, такъ какъ и въ этой формѣ теорема вполнѣ достаточна для дальнѣйшихъ выводовъ.

Доказательство „фундаментальной теоремы“ вмѣстѣ съ нѣкоторыми другими вспомогательными предложеніями составляетъ содержаніе первой главы, гдѣ такимъ образомъ устанавливаются основанія для дальнѣйшихъ выводовъ, и все остальное, составляющее содержаніе слѣдующихъ четырехъ главъ, можно считать вполнѣ доказаннымъ для всѣхъ случаевъ поверхностей, допускающихъ преобразованіе Пуанкаре.

Должно однако замѣтить, что это преобразованіе необходимо автору лишь для доказательства „фундаментальной теоремы“ и само по себѣ не играетъ затѣмъ никакой роли. Поэтому выводы автора распространимы на всѣ случаи, въ которыхъ теорему эту удается такъ или иначе установить. Это замѣчаніе очень важно въ виду того, что, какъ будетъ указано ниже, въ настоящее время авторъ имѣетъ доказательство „фундаментальной теоремы“ вполнѣ независимое отъ преобразованія Пуанкаре.

Перехожу къ слѣдующимъ главамъ.

Во второй главѣ авторъ прежде всего доказываетъ принципъ Неймана для случая, когда начальная функція есть потенціалъ простого слоя равной нулю массы. По существу, это та самая форма принципа Неймана, на которой я основывался въ вышеупомянутомъ изслѣдованіи для установленія принципа Робена. Разница лишь въ томъ, что я не предполагалъ массу слоя равною нулю. Но въ разсматриваемомъ случаѣ это ограниченіе вытекаетъ естественно изъ способа доказательства, которое основано на „фундаментальной теоремѣ“.

Затѣмъ авторъ переходитъ къ доказательству принципа Робена, пользуясь для этого методой, которую я показалъ въ названномъ сейчасъ изслѣдованіи. Но вслѣдствіе вышеуказаннаго ограниченія онъ получаетъ этотъ принципъ сначала въ той формѣ, когда начальная и всѣ слѣдующія плотности соотвѣтствуютъ равной нулю массѣ. Однако общій принципъ Робена легко выводится изъ этой частной формы, что и показываетъ авторъ. Такимъ образомъ имъ устанавливаются и возможность основной электростатической задачи, и метода Робена.

Замѣчу, что, установивши общій принципъ Робена, весьма нетрудно было обобщить и принципъ Неймана, который тотъ часъ-же можетъ быть доказанъ для случая, когда начальная функція такова, что зависящій отъ нея потенціалъ двойного слоя имѣетъ правильныя нормальныя производныя на поверхности. Правда, авторъ и указываетъ это обобщеніе, но дѣлаетъ онъ это лишь въ четвертой главѣ, послѣ длиннаго ряда довольно сложныхъ разсужденій, имѣющихъ цѣлью установить методу Неймана въ задачѣ Дирихле. Между тѣмъ, если-бы принципъ Неймана въ указанной сейчасъ формѣ былъ установленъ имъ предварительно, эти разсужденія сдѣлались-бы совершенно лишними, такъ-какъ метода Неймана вытекала-бы изъ него непосредственно.

Въ третьей главѣ авторъ прежде всего останавливается на задачѣ объ опредѣленіи гармонической функціи по заданнымъ на поверхности значеніямъ ея нормальной производной. Излагаются двѣ методы рѣшенія задачи: одна, указанная Нейманомъ и основанная на его принципѣ, другая, основанная на принципѣ Робена. На эту послѣднюю методу авторъ уже обращалъ вниманіе въ одной изъ своихъ статей, гдѣ она излагалась въ нѣкоторомъ частномъ предположеніи относительно поверхности. Теперь онъ доказываетъ ее въ общемъ видѣ.

Затѣмъ авторъ обращается къ задачѣ объ установившейся температурѣ, которая при помощи рядовъ можетъ быть сведена къ предыдущей. Эта важная задача аналитической теоріи теплоты уже разсматривалась Пуанкаре въ мемуарѣ *Sur les équations de la Physique Mathématique*, въ 1894 г. Но вслѣдствіе отсутствія въ то время доказательствъ для нѣкоторыхъ основныхъ предложеній, анализъ Пуанкаре не удовлетворялъ всѣмъ требованіямъ строгости и нуждался еще во многихъ дополненіяхъ. Въ виду этого авторъ разсматриваемаго сочиненія и останавливается вновь на этой задачѣ, которая въ настоящее время допускаетъ вполнѣ строгое рѣшеніе. Авторъ показываетъ, какъ можно этого достигнуть при помощи методы Шварца-Пуанкаре, если вмѣсто методы Неймана, которою пользовался Пуанкаре, употреблять методу, основанную на принципѣ Робена.

Четвертая глава посвящена главнымъ образомъ задачѣ Дирихле. Авторъ начинаетъ съ разсмотрѣнія извѣстнаго преобразованія посредствомъ взаимныхъ радіусовъ-векторовъ и, комбинируя это преобразованіе съ преобразованіемъ Пуанкаре, указываетъ вытекающія отсюда слѣдствія по отношенію къ функціи Грина и общей задачѣ Дирихле, когда возможность основной электростатической задачи уже установлена. Впрочемъ, указываемыя здѣсь предложенія не играютъ затѣмъ никакой роли и приводятся авторомъ лишь для большей полноты.

Послѣ этого авторъ переходитъ къ доказательству методы Неймана въ задачѣ Дирихле, при чемъ ограничивается случаемъ, когда заданныя на поверхности значенія гармонической функціи удовлетворяютъ тому условію, чтобы зависящій отъ нихъ потенціалъ двойного слоя допускалъ правильныя нормальныя производныя на поверхности. Это то самое условіе, которое, согласно данному мною критеріуму, обезпечиваетъ существованіе нормальныхъ производныхъ на поверхности и для искомой гармонической функціи. Только для такихъ случаевъ и доказывается авторомъ метода Неймана.

Что касается доказательства, то, какъ я уже говорилъ, оно очень длинно и сложно, а между тѣмъ его можно было-бы совсѣмъ устранить, если-бы авторъ предварительно доказалъ принципъ Неймана въ общемъ видѣ. Правда, въ примѣчаніи къ четвертой главѣ авторъ указываетъ нѣкоторыя упрощенія. Но и при этихъ упрощеніяхъ анализъ остается слишкомъ сложнымъ.

Перехожу къ пятой и послѣдней главѣ, которая представляетъ наиболѣе важную часть сочиненія.

Эта глава посвящена теоріи особыхъ функцій, представляющихъ извѣстное обобщеніе шаровыхъ и другихъ подобныхъ функцій и называемыхъ, по предложенію Пуанкаре, *фундаментальными*.

На возможность такого обобщенія впервые обратилъ вниманіе Пуанкаре въ вышеуказанномъ мемуарѣ *La méthode de Neumann et le problème de Dirichlet*, гдѣ онъ показалъ важное значеніе этого рода функцій для изслѣдованія различныхъ вопросовъ объ опредѣленіи гармоническихъ функцій по даннымъ предѣльнымъ условіямъ. Но Пуанкаре не доказалъ существованія указанныхъ имъ функцій и лишь въ общихъ чертахъ намѣтилъ планъ, по которому должна быть построена ихъ теорія.

Два года спустя, вопросъ о фундаментальныхъ функціяхъ былъ подвергнутъ обстоятельной разработкѣ однимъ изъ учениковъ Пуанкаре, Леруа. Исходя изъ иного опредѣленія этого рода функцій и пользуясь методой Шварца-Пуанкаре, Леруа доказалъ существованіе и развилъ полную теорію своихъ фундаментальныхъ функцій.

Вскорѣ затѣмъ были предприняты изслѣдованія въ томъ-же направленіи и авторомъ разсматриваемаго сочиненія, который еще въ 1895 г. имѣлъ случай встрѣтиться съ подобными функціями. Обобщивши извѣстнымъ образомъ эти послѣднія, авторъ пришелъ къ опредѣленію фундаментальныхъ функцій, отличному какъ отъ опредѣленія Пуанкаре, такъ и отъ опредѣленія Леруа, при чемъ та-же метода Шварца-Пуанкаре позволила ему доказать существованіе этихъ новыхъ фундаментальныхъ функцій. Результатомъ этихъ изслѣдованій автора и явилась та теорія, которую онъ излагаетъ въ пятой главѣ сочиненія.

Фундаментальныя функціи Леруа, какъ и фундаментальныя функціи В. А. Стеклова, отличны отъ функцій Пуанкаре. Поэтому теорія послѣднихъ не можетъ быть выводима изъ теоріи первыхъ. Но послѣ изслѣдованій Леруа и В. А. Стеклова не остается никакого сомнѣнія, что и теорія фундаментальныхъ функцій Пуанкаре можетъ быть построена на такихъ же началахъ. Нѣкоторыя указанія въ этомъ отношеніи даетъ и авторъ разсматриваемаго сочиненія.

Установивши существованіе своихъ фундаментальныхъ функцій и показавши нѣкоторыя ихъ свойства, авторъ переходитъ затѣмъ къ доказательству особыхъ формулъ, дающихъ выраженія подъ видомъ рядовъ для интеграловъ отъ произведенія двухъ функцій, распространенныхъ на разсматриваемую поверхность. Этого рода формулы, благодаря значительной общности, могутъ имѣть разнообразныя и важныя приложенія, какъ это было показано мною для случая шаровыхъ функцій, когда разсматриваемая поверхность есть сфера или эллипсоидъ. Въ разсматриваемомъ сочиненіи названныя формулы доказываются для общаго случая фундаментальныхъ функцій при помощи особой методы, которая уже была изложена авторомъ раньше по поводу другого, аналогичнаго вопроса.

Основываясь на этихъ формулахъ, авторъ указываетъ многочисленныя и разнообразныя примѣненія фундаментальныхъ функцій. Такъ, имъ даются разложенія въ особые ряды потенціала и притяженія массы, распредѣленной по поверхности, и показывается, какъ этими рядами можно воспользоваться для опредѣленія потенціала и притяженія въ любой точкѣ пространства, когда извѣстны значенія потенціала на поверхности. Авторъ останавливается также на вопросѣ о разложеніи какой-либо заданной на поверхности функціи въ рядъ, расположенный по фундаментальнымъ функціимъ, и показываетъ, что такое разложеніе, въ которомъ коэффиціенты опредѣляются по извѣстному правилу, всегда возможно, коль скоро получаемый рядъ оказывается равномѣрно сходящимся на поверхности. Наконецъ, авторомъ указывается рѣшеніе при помощи фундаментальныхъ функцій задачи Дирихле, а также и другой основной задачи, въ которой гармоническая функція опредѣляется заданными на поверхности значеніями нормальной производной.

Таково, въ главныхъ чертахъ, содержаніе сочиненія. При изложеніи я ограничился лишь самымъ существеннымъ и не останавливался въ различныхъ побочныхъ вопросахъ, затрогиваемыхъ авторомъ. Но и изъ этого краткаго изложенія видно, насколько важно и разнообразно содержаніе разсматриваемой книги. Уже одна теорія фундаментальныхъ функцій, въ созданіи которой авторъ проявилъ много оргинальности, составляетъ весьма важный вкладъ въ науку. Но не менѣе важнымъ я считаю строгое установленіе связи между принципомъ Неймана и предложеніемъ, которое авторъ называетъ „фундаментальною теоремой“.

Я уже указывалъ выше, что это предложеніе доказывается авторомъ при помощи преобразованія Пуанкаре, но что остальные выводы не зависятъ отъ возможности этого преобразованія и справедливы всякій разъ, когда „фундаментальную теорему“ удается такъ или иначе доказать. Отсюда видно, насколько важно установить эту теорему независимо отъ преобразованія Пуанкаре.

Нѣсколько мѣсяцевъ тому назадъ профессоръ Краковскаго университета Заремба опубликовалъ небольшую статью, въ которой указываетъ, что изъ его послѣднихъ изслѣдованій вытекаетъ возможность обосновать методу Неймана, не прибѣгая къ названному преобразованію, а вскорѣ затѣмъ В. А. Стекловъ и праватъ-доцентъ Мюнхенскаго университета Корнъ, основываясь на этомъ указаніи Зарембы, пришли одновременно къ доказательству одного неравенства, вытекающаго изъ „фундаментальной теоремы“ и лежащаго въ основаніи доказательства принципа Неймана. Въ настоящее-же время В. А. Стекловъ нашелъ доказательство и самой „фундаментальной теоремы“. Такимъ образомъ послѣднюю удалось наконецъ установить, не прибѣгая къ преобразованію Пуанкаре. Однако этотъ важный результатъ не могъ войти въ разсматриваемое сочиненіе, печатаніе котораго уже заканчивалось въ то время, когда онъ былъ полученъ.

Замѣчу, что за двухлѣтній промежутокъ времени, въ теченіе котораго печаталось это сочиненіе, появилось нѣсколько изслѣдованій другихъ ученыхъ, въ которыхъ были опубликованы результаты, сходные съ полученными авторомъ. Но это нисколько не умаляетъ значенія разсматриваемаго сочиненія и вполнѣ естественно въ виду того, что область вопросовъ, къ которой относится сочиненіе, въ настоящее время обратила на себя всеобщее вниманіе и одновременно разрабатывается многими учеными.

Мнѣ остается еще сказать о замѣченныхъ мною недостаткахъ. Но на этомъ я не буду долго останавливаться, такъ какъ важнѣйшіе изъ недостатковъ относятся къ изложенію. Скажу только, что изложеніе недостаточно обработано, благодаря чему многіе выводы отличаются большою сложностью, не обусловливаемою сущностью дѣла, каковы напр.

главные выводы четвертой главы. Есть даже совершенно ненужныя разсужденія. Встрѣчаются также нѣкоторыя нестрогости, неточныя опредѣленія и выраженія, погрѣшности въ формулахъ, неосновательныя утвержденія. Но все это легко поправимо и не вліяетъ на выводы, дѣлаемые авторомъ.

Вообще замѣченные мною недостатки, вполнѣ извинительные въ столь обширномъ и сложномъ трудѣ, не настолько важны, чтобы нужно было на нихъ здѣсь останавливаться, тѣмъ болѣе, что я буду имѣть случай поговорить о нихъ на диспутѣ.

Проф. *А. Ляпуновъ.*

17-го ноября 1901 г.

Отзывъ проф. Н. Ѳ. Сумцова о диссертаціи А. П. Кадлубовскаго „Очерки по исторіи древне-русской литературы житій святыхъ“.

Диссертація г. Кадлубовскаго, представленная на соисканіе магистерской степени по каѳедрѣ исторіи русскаго языка и литературы, „Очерки по исторіи древне-русской литературы житій святыхъ“ представляетъ объемистое изслѣдованіе въ 376 страницъ. Состоитъ она собственно изъ трехъ отдѣльныхъ изслѣдованій; первыя три главы, трактующія о житіяхъ Авраамія Ростовскаго, Меркурія Смоленскаго и Никиты Переяславскаго, имѣютъ историко-литературный характеръ. Здѣсь проведено то положеніе, что житія русскихъ святыхъ сложились подъ прямымъ воздѣйствіемъ житій византійскихъ объ Аврааміи Затворникѣ, Меркуріи Кесарійскомъ и св. великомученикѣ Никитѣ.

Старательно, съ увлеченіемъ разработаны первыя главы о житіи Авраамія Ростовскаго. Авторъ, согласно съ мнѣніемъ Голубинскаго, относитъ Авраамія съ XIV ст., и высказываетъ мнѣніе, что въ основу житія легли мѣстныя смутныя монастырскія преданія объ Аврааміи, къ которымъ впослѣдствіи приросли нѣкоторыя сказанія о святомъ Восточной церкви Аврааміи Затворникѣ, память котораго положена въ одинъ день съ памятью Авраамія Ростовскаго. Увлекаясь своимъ изслѣдованіемъ, авторъ, безъ особенной надобности, дважды повторяетъ свои выводы и заключенія. Авторъ тщательно разбираетъ лишь ту сторону въ житіи Авраамія Ростовскаго, которая даетъ нѣкоторый, вообще слабый поводъ съ сближенію этого житія съ болѣе древнимъ житіемъ Авраамія Затворника, и оставляетъ безъ изученія нѣкоторыя характерные бытовые и легендарные мотивы, напр., мотивы о заключеніи демона въ сосудѣ, о наказаніи Авраамія „на пѣзѣй ослятицѣ“.