229

No 56ᵘ 74

~~218.~~

~~V45~~

O34

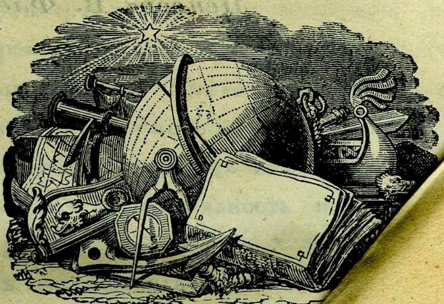
АРИѲМЕТИКА.

АРИѲМЕТИКА

сочиненія

Обоянскаго уѣзднаго землемѣра

А. Богуславскаго.



ХАРЬ

ПЕЧАТАНО ВЪ УНИВЕРС

18

№ 402

ИЗЪ МОСКОВСКАГО ЦЕНСУРНАГО КОМИТЕТА.

Къ Арифметикѣ сочиненія Волчанскаго уѣзднаго землемѣра А. Богуславскаго.

напечатанную сходно съ приложеннымъ у сего экземпляромъ въ Типографіи Университета выпустить въ свѣтъ позволяется. Декабря 13. дня 1843 года.

Ценсоръ В. Флёровъ

Слѣдующее въ Ценсурный Комитетъ узаконенное число Экземпляровъ получено.

Секретарь А. [illegible]

ХАРЬКОВЪ.

ПЕЧАТАНО ВЪ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ТИПОГРАФІИ.

1 8 4 3.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ,

съ тѣмъ, чтобы по отпечатанiи представлено было въ Ценсурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ. Москва, 18 Ноября 1841 года.

Ценсоръ В. Флеровъ.

Читатель — Математикъ!

Всѣ усилія мною употреблены, чтобъ изгнать изъ предѣловъ Ариѳметики: a) частность заключеній, b) безъотчетный произволъ изложенія истинъ, подъчиненныхъ строгимъ доказательствамъ, въ видѣ слѣпаго вѣрованія, и c) водвореніе пропорцій — послѣднихъ въ област Геометріи; (поелику подробное изслѣдованіе свойствъ пропорцій, для приложенія ихъ къ разрѣшенію тройныхъ задачь, слишкомъ натяжно); стараясь на противъ, все присвоенное Ариѳметикѣ подвести подъ начала уравненій, изъ коихъ послѣдовательность, общность, ясность и убедительность вытикаютъ сами собою.

По моимъ изслѣдованіямъ, въ этомъ курсѣ, выходитъ, что предметъ Ариѳметики: a) нумерація, b) *открытыя равенства* или *тожества*, каковы: способъ сложенія, умноженія и возвышенія и c) четыре *простыхъ, закрытыхъ уравненій*, какъ то: уравненіе вычитанія, — дѣленія, — извлеченія корней — и логариѳмовъ. Предметъ же Алгебры — рѣшеніе сложныхъ уравненій, т. е. кои содержатъ въ себѣ неизвѣстныхъ болѣе *одного* (§§ 157 — 161).

Для общаго обозренія такихъ заключеній положимъ здѣсь противное, какъ это всегда и дѣлаютъ, и имянно, что простыя уравненія принадлежатъ Алгебрѣ, а самыя дѣйствія, относящіяся къ нимъ — Ариѳметикѣ, тогда послѣдняя сама собою уничтожится. Взявъ, для этого, частный случай, на примѣръ, случай дѣленія и его основное уравненіе

$$\partial x = \partial',$$

выведемъ нелѣпое. Ибо, въ этомъ общемъ выраженіи дѣленія, заключается и самое правило на дѣйствіе; и дѣйствію вообще долженъ предшествовать планъ или способъ дѣйствія, т. е. уравненіе $\partial x = \partial'$, а онъ по господствующему условію, уже слѣдуетъ послѣ дѣйствія, и имянно въ Алгебрѣ. А какъ изъ него же имѣемъ

$$\partial' - \partial x = o;$$

откуда видно, что ∂ должно вычесть x разъ изъ ∂', чтобъ послѣднее обратить въ нуль; то и слѣдуетъ, чтобъ дойти до числовой величины x, должно, на самомъ дѣлѣ, ∂ вычитать изъ ∂' до нуля: тогда число равныхъ вычитаній и покажетъ величину x. Вотъ правило на дѣйствіе, выведенное изъ основнаго уравненія дѣленія! но, изъемля послѣднее изъ Ариѳметики, мы небудемъ имѣть ни какого правила; въ слѣдствіе чего, и самое дѣйствіе или во все недолжно существовать для Ариѳметики, или же — быть непонятнымъ, основываясь на вѣрѣ, какъ и дѣйствительно есть на дѣлѣ; но вѣра въ наукѣ нетерпима, слѣд. первое заключеніе имѣетъ мѣсто. А какъ такого рода сужденія доведутъ насъ до однородныхъ заключеній, и на прочія дѣйствія Ариѳметики, то слѣдуетъ вообще, что изъемля четыре простыя уравненія, уничтожимъ и самую науку, извѣстную подъ именемъ Ариѳметики. Такой выводъ называемъ нелѣпымъ, а первоначальное предложеніе *вѣрнымъ*, и имянно, что предметъ Ариѳметики, дѣйствительно, составляютъ четыре простыя уравненія; нумерація же и открытыя равенства или тожества суть предъуготовительная только часть для рѣшенія уравненій.

За простыми уравненіями непосредственно слѣдуютъ — сложныя, и сложныя зависятъ отъ простыхъ, сіи же отъ первыхъ нѣтъ, точно какъ и цѣлая Ариѳметика есть основаніе всей Математики. Посему сложныя уравненія должны образовать новую и высшую часть — Алгебру. На этомъ основаніи, неправильно опредѣляютъ Алгебру наукою о количествахъ, разсматриваемыхъ вообще независимо отъ выраженія ихъ величины числами; или наукою, въ коей употребляются всеобщіе и сокращенные знаки для рѣшенія вопросовъ, относящихся къ числамъ: то и другое равномѣрно принадлежитъ и Ариѳметикѣ; иначе бы Ариѳметика немогла содержать ни одного общаго разсужденія, ни одного общаго способа для рѣшенія того или другаго вопроса, а это по первому доказательству неправильно. И обратно, Алгебрѣ принадлежатъ точно также числа какъ и Ариѳметикѣ; самая общая формула ея, на примѣръ, биномъ Нютоновъ безъ чиселъ никакъ необходится. Если же Алгебра до селѣ безъразлично смѣшивалась съ Ариѳметикою, такъ что незнали гдѣ положить предѣлъ Ариѳметики и съ чего начать Алгебру, то это собственно зависило, какъ теперь всякъ видитъ, отъ неправельнаго изложенія основной науки. При настоящемъ же разграниченіи, Ариѳметика имѣетъ неотъемленное свое, а Алгебра — свое, и при томъ первая ни чего неотняла у второй, а только отдѣлилась рѣзкою чертою.

Взглядъ мой на Ариѳметику, кажется, вѣренъ; но въ какой мѣрѣ выполнилъ *я*, на самомъ дѣлѣ, эту, давно уже понятую — еще Ейлеромъ — мысль, и въ какой степени приблизилъ предисловіе къ изложенію самой науки, убѣждаю тебя, справедливый читатель, кретически разобрать, — для окончательной услуги *источнику*, неизмеримаго океана — Матаматики. Тебѣ свойственно правомысліе и по самой наукѣ, которою обладаешь, а потому увѣренъ, при этомъ размышлишь о трудности предъпріятія, и мнѣ поможешь.

Предметъ Ариѳметики, въ изложеніи, потребовалъ отъ меня измененій, въ слѣдствіе коихъ долженъ былъ перепечатать страницы: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 и 22, при чемъ знаки ($<$), ($=$), изложенные уже на 26 и 27 стран., ввелъ *вторично* и въ самое начало науки.

Аристархъ Богуславскій.

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ АРИѲМЕТИКИ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

I. Предметъ Ариѳметики.

§ 1.

1. По обще принятому опредѣленію, предметъ Ариѳметики — *число.* Но такое указаніе неполно; ибо число вытекаетъ непосредственно *изъ мѣры* и *мѣримаго* и при томъ нераздѣльно изъ обоихъ; безъ нихъ число просто невозможно. Мѣра и мѣримое, какъ чувственные предметы, представляются намъ *величинами* или *единицами.* Посему зародышь Ариѳметики, — изъ коего она развивается въ самостоятельную науку, — есть *понятіе величинъ*, а предметъ Ариѳметики — число, но только выводимое изъ *усвоеннаго* понятія величинъ; или иначе: предметъ Ариѳметики — *мѣра, мѣримое* и *число;* такъ что если данно число, то уже при чемъ, хотя *скрыто*, однако же непремѣнно *подъразумѣвается* и мѣра, и мѣримое. Разсмотримъ это.

Все, что только существуетъ въ природѣ, заключено въ извѣстныя *границы* или *предѣлы*, изъ коихъ, при данныхъ условіяхъ, ни какъ выйти неможетъ; эти границы, каждаго предмета, мы выражаемъ — для всѣхъ — общихъ словомъ *одинъ;* на примѣръ: одинъ домъ, одинъ островъ, одна тропинка и т. *д.*; но, различая одинъ домъ отъ *другаго* дома, одинъ островъ отъ друмаго острова, одну тропинку отъ другой тропинки. . . . . , мы находимъ (понимаемъ), что *одинъ* домъ *больше* или *меньше другаго* дома, *одинъ* островъ меньше или больше *другаго* острова, *одна* тропинка длиннѣе или коротче *другой* тропинки . . . . . ; словомъ, вездѣ встрѣчаемъ несходство вещей, вездѣ лишь только *одно*, *меньше* и *больше*. Первое изъ сихъ значеній—одно—, какъ уже сказали; вообще выражаетъ предѣлы или границы предметовъ, а вторыя два — меньше и больше — различныя *степени* ихъ. Отсюда видимъ, что первое, прирожденное намъ понятіе состоитъ въ простомъ *замѣчаніи* существованія границъ, а второе и уже послѣдовательное изъ перваго — въ *различеніи* степеней этихъ границъ, въ каждыхъ двухъ предметахъ: большенства одного отъ меньшенства другаго. Ариѳметика такіе предметы, именно коихъ понятіе о *степени*, замкнуто лишь только въ меньше или больше, въ большую или малую единицу, въ слово одинъ, называетъ *величинами*, а неравенство ихъ изображаетъ знакомъ ($<$), коего отверстіе обращаетъ къ большему, такъ

одинъ домъ $>$ (*больше*) *другаго* дома
одинъ островъ $<$ (*меньше*) *другаго* острова
одна тропинка $>$ (больше или *длиннѣе*) другой тропинки

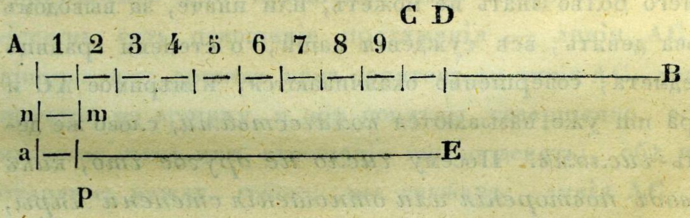
или

одинъ домъ < (меньше) *другаго* дома
одинъ островъ > (больше) *другаго* острова
одна тропинка < (меньше или *коротче*) *другой* тропинки

и т. *д.*

и всѣ эти предметы, въ кругѣ такого понятія, вообще суть величины.

II. Но если мы, изъ двухъ такихъ, *однородныхъ*, величинъ, меньшую будемъ укладывать въ большей, т. е. чрезъ сближеніе будемъ *сравнивать* одну съ другою, будемъ изслѣдывать *всю внутренность* большей величины, *цѣлою* внѣшностію, наружностію, или границами меньшей, укладывая сію отъ однего края до другаго, коими большая ограничивается, тогда мы *судимъ о степени величины*, или все тоже *мѣряемъ* величину. На примѣръ, когда мы



длину nm, коей *степень* называемъ *аршиномъ*, помѣщаемъ въ длинѣ AC, тогда мѣряемъ, испытуемое же протяженіе AC именуемъ *мѣримымъ*, а испытующее его nm — *мѣрою*. Слѣд. мѣра есть такая величина, которою измѣряется или *судится* степень мѣримаго предмета, и въ понятіи опытномъ, чувственномъ, означаетъ протяженіе вещи, въ понятіи же умозрительномъ, отвлеченномъ — степень протяженія, которую выражаютъ знакомъ *одинъ* (1) и называютъ *единицею*.

А какъ величины бываютъ разныхъ порядковъ, на примѣръ, монета, тяжесть, жидкость, время, и т. *д.* и каждое изъ нихъ можетъ быть принято за мѣримое, и потому онѣ должны измерятся своими *однородными* мѣрами; посему разнаго рода мѣръ и выраженій или *представителей* степеней ихъ, единицъ, столько, сколько разныхъ порядковъ мѣримыхъ. Такъ *рубль* есть единица для монетъ, *фунтъ* — единица для тяжестей, *вѣдро* - единица для жидкостей, *сутки* — единица для времени и проч.; которыя изображаемъ: 1 *руб.*, 1 *фун.*, 1 *вѣд.*, 1 *сут.* и т. д.

III. Наконецъ, если такимъ сужденіемъ, мѣряніемъ, откроемъ, что аршинъ nm уложился, *отнесься*, совместился въ длинѣ АС ровно *девять* разъ, или все тоже, если АС *равна девяти аршинамъ*, то значитъ измерили АС; и послѣ этого, умъ нашъ, относительно АС ничего болѣе знать не можетъ; или иначе, за выводомъ слова девять, всѣ сужденія наши, о степени границъ предмета, совершенно оканчиваются, и мѣримое АС и мѣра nm уже называются *количествами*, слово же девять-*числомъ*. Посему *число не другое что, какъ выводъ повторенія или отношенія степени мѣры*, (принѣмаемой за малую единицу), *въ мѣримомъ*, (принѣмаемомъ за большую единицу); и оно то опредѣляетъ точную степень мѣримаго, т. е. какъ есть мѣримое, не прибавляя къ нему ничего, и не убавляя отъ него ничего, и при посредствѣ его то, мы нетолько *понимаемъ*, но и совершенно *знаемъ* предметъ.

Сводъ заключеній. И такъ 1-е), единица или величина есть простое понятіе о степени предмета, какъ лишь одна возможность *знанія* его величины, а вмѣстѣ и главная *основа* знанія.

2-е). Мѣряніе одной единицы другою, какъ выпалнивание этой возможности знанія, или какъ лишь развертываніе понятія, есть сужденіе о предметѣ.

3-е). Окончаніе мѣрянія, какъ выполненное сужденіе, или какъ полное раскрытіе понятія, есть *умозаключеніе*; и оно то есть знаніе о степени предмета, ибо оно содержитъ въ себѣ выводъ числа, показывающаго повтореніе мѣры въ мѣримомъ.

IV. И такъ мы чрезъ число девять *уравнили* или *приравнили* линію съ аршиномъ, и вотъ ужъ теперь наше прежнее, неясное, (— понятіе величины), сравненіе перешло въ ясное, — въ знаніе количества, или *уравненія*. Уравненіе двухъ величинъ,-единицъ, дало намъ *содержаніе* или отношеніе одной къ другой. Число *девять* есть отношеніе протяженія — линіи AC и аршина nm; аршинъ намъ понятенъ по линіи AC, линія понятна по аршину, и обѣ понятны совершенно, если извѣстно намъ ихъ отношеніе (число девять), обѣ ихъ отличимъ между собою; мы скажемъ: линія AC въ *девять разъ больше* аршина, аршинъ въ *девять разъ меньше* линіи AC, или линія AC *равна девяти* аршинамъ, а потому и линія, и аршинъ суть уже количества. Ариѳметика такое *равенство* или уравненіе предметовъ изображаетъ знакомъ (=) *равно*, ставя его между равными, такъ

AC = *(равно) девяти аршинамъ* . . . . . . (a)

И это *уравненіе* (а), выражаетъ количество и линіи AC, и аршина; ибо изъ него, мы сразу скажемъ, что AC состоитъ изъ девяти аршинъ, что аршинъ есть девятая часть AC, словомъ, количество и линіи и аршина намъ совершенно извѣстны; вообще, если дано уравненіе, то непремѣнно будутъ даны и двѣ величины или единицы, изъ коихъ одна узнается по другой, и одна непремѣнно будетъ больше, а другая меньше, или обѣ равны.

Посему *всякое количество опредѣляется тремя его производителями: мѣрою*, какъ здѣсь аршинъ *m*, *числомъ*, какъ здѣсь девять, и *мѣримымъ* какъ здѣсь линія AC, такъ что по этимъ даннымъ, мы уже не скажемъ такъ неопредѣленно, какъ въ членѣ 1, но самоувѣренно заключимъ, что

$$AC > \left\{\begin{array}{l}\textit{аршина}\\ \textit{именно въ}\\ \textit{девять разъ}\end{array}\right.$$

или

$$\left.\begin{array}{l}\textit{аршинъ}\\ \textit{именно въ}\\ \textit{девять разъ}\end{array}\right\} < AC$$

или

AC = *девяти аршинамъ.*

Вообще *всякое количество есть произведеніе трехъ производителей: меньше, больше и равно.* Меньше — это сущность данной мѣры, больше — даннаго мѣримаго, равно — числа, *сравнивающаго* меньшее съ большимъ въ уравненіе, дающее количество и мѣримаго и мѣры. И такъ для каждаго количества потребны три данныхъ, *двѣ единицы*: а) одна, — которою судимъ, и это мѣра; b) другая, — о которой судимъ, и это мѣримое; и c) выводъ сужденій, и это число. Словомъ сіи три значенія составляютъ тройственное и вмѣстѣ нераздѣльно — раздѣлимое *знаніе о степени даннаго предмета* — уравненіе, такъ что если изъ этихъ данныхъ не достаетъ одного какого либо, тогда наше знаніе переходитъ въ простое понятіе величины или единицы. Разсмотримъ это.

1. Если дано *число* и *мѣра*, и небудетъ мѣримаго, тогда небудетъ и количества — уравненія; ибо число безъ другой единицы (мѣримой) невозможно, потому что число есть выводъ повторенія одной единицы въ другой (чл. III); слѣд. данное число ни число, и данная мѣра ни мѣра, а просто и то, и другая, величины; первое — отвлеченная величина, а вторая — чувственная, предметная. Въ § 121 увидимъ, что величина въ общемъ результатѣ получаетъ неопредѣленный видъ a^0, а въ частномъ 1; гдѣ подъ a, разумѣемъ всякое данное число.

Тоже должно понимать, когда дано мѣримое и число, а мѣры небудетъ.

2. Если даны *двѣ единицы*, и небудетъ числа, тогда опять нѣтъ количества. Ибо единицы безъ числа, просто единицы, просто большія и малыя величины (чл. 1). Гдѣ только меньше и больше и нѣтъ равно, нѣтъ числа, тамъ нѣтъ количества, тамъ нѣтъ знанія, а просто понятіе; и отъ этого то, покуда знанія наши, о степени величинъ, виводятся изъ двухъ производителей, меньше и больше, и недостаетъ къ нимъ третьяго — равно, всегда неясны, неполны, невѣрны, сбивчивы, и суть не знанія, а просто понятія, просто величины, по боль-

ше только развитыя; словомъ, *мѣримыя не домѣрянныя, сужденія не досужденныя.*

V. Въ членѣ II видѣли, что *аршинъ*, какъ данную степень мѣры, вообще можемъ выразить знакомъ (1), по сему на мѣсто уравненія (a)

AC = *девяти аршинамъ*,

можемъ взять ему равнозначительное

AC = *девяти* (1) *цамъ*,

или просто можемъ взять

AC = *девяти* . . . . (b)

гдѣ единицу, *какого либо рода* (чл. II), мы считаемъ не неизвѣстною или утеряною, но нами совершенно знаемую, и потому для краткости подъразумѣваемую; иначе бы AC небыло количествомъ (чл. IV,I), и потому небыло бы равно девяти. И такъ, послѣднее уравненіе даетъ такой общій выводъ: *представитель* (выраженіе) *каждаго количества есть данное число.* На примѣръ, мы говоримъ, что AC есть количество, но что оно именно количество, то узнаемъ по числу *девять*, подъразумѣвая при немъ извѣстную мѣру; также *сорокъ восимъ* есть представитель количества, въ коемъ, извѣстная степень мѣры или единица повторяется сорокъ восимъ разъ.

VI. Воротимся опять къ уравненію количества (a)

AC = *девяти аршинамъ*,

и положимъ, что число *девять*, какъ небуть нами *утеряно*, тогда это выраженіе количества приметъ видъ

AC = x *аршинъ* . . . . (c)

Какъ теперь, такъ и въ предь, всегда, подъ знакомъ x, будемъ разумѣть *искомое* число. И такъ изъ этого *закрытаго* уравненія, мы только видимъ, что 1-е, аршинъ есть данная мѣра, ибо при немъ находится число x, показывающее повтореніе арш. въ линіи АС; 2-е, что линія АС — данное мѣримое, словомъ оба суть данныя; 3-е, что аршинъ $<$ АС какимъ то *скрытымъ* числомъ x, чрезъ которое аршинъ съ линіею АС уравнивается, — приводится къ уравненію; но сколько имянно разъ аршинъ меньшіе АС, чрезъ какое имянно число аршинъ съ линіею АС приводится къ уравненію, для этого непремѣнно должны опять поворотится къ начальному сужденію, — къ мѣрянію (чл. II и III), другаго пути нѣтъ; и укладывая *данный* аршинъ въ *данной* линіи АС, непремѣнно найдемъ и число x; и такъ вотъ въ чемъ предметъ Ариѳметики:

a). *Ариѳметика есть наука, какъ изъ закрытаго уравненія, по даннымъ двумъ количествамъ, находить ихъ отношеніе или искомое число.* Напримѣръ, если АС есть сажень, то укладывая въ немъ *вершокъ*, найдемъ *сорокъ восимъ* повтореній его; слѣд. сорокъ восимъ и есть x, и x есть или *равно сорока восьми.*

b). А какъ представитель каждаго количества есть данное число (чл. V, уравн. b); по сему опредѣленіе Ариѳметики правильно можемъ перемѣнить на *науку о опредѣленіи, изъ закрытаго уравненія, искомаго числа, по двумъ даннымъ.*

c). Но чтобъ умѣть опредѣлять числа по числамъ, то нужно во первыхъ принять сокращенные знаки чиселъ, и изъ нихъ вывести самыя правила для дѣйствій надъ ними же, и такъ вообще: *Ариѳметика есть наука о сокращенныхъ знакахъ чиселъ, о правилахъ дѣйствій надъ ими, и о нахожденіи, чрезъ эти правила, изъ закрытаго уравненія, искомаго числа, по двумъ даннымъ* (*).

На примѣръ, если въ уравненіи (c)

AC = x *аршинамъ*

за данную линію AC примемъ *сажень*, то, зная, что сажень содержитъ въ себѣ *сорокъ восимъ* вершковъ, а *аршинъ* тѣхъ же вершковъ содержитъ *шестьнадцать*, и потому вставивъ (**) въ уравненіе (c) на

(*) Посему нумерація, сложеніе, умноженіе, и возвышеніе и суть то пріуготовительная часть уравненій (смот. предисловіе), поелику въ нихъ полагаются всѣ данныя числа, — искомыхъ нѣтъ, и разсматриваются свойства, а изъ свойствъ уже строются правила для дѣйствій вообще надъ всѣми числами.

(**) *Вставка* же или *подставка* основывается на слѣдующемъ: мы сравниваемъ *уравненія съ вѣсами;* и такъ вообразимъ, что на обѣихъ чашахъ лежатъ тѣла шировидной формы, вѣсомъ въ 5 фунтовъ. Теперь, если вы изъ одной чаши возмете этотъ *пяти фунтовый шаръ*, а на мѣсто его положите тѣло, въ тѣ же 5 фунтовъ, но только имѣющее какую либо *неправильную фигуру*, отличную отъ первой, то спрашиваю: измѣнится ли чрезъ это равновѣсіе вѣсовъ? Вы, конечно, по смѣтливости скажите: «нѣтъ». И я повторяю: точно также и всѣ подставки или вставки, въ Ариѳметикѣ, вмѣсто равныхъ имъ равныя никогда ненарушатъ равенства уравненія, ни самой величины его, какъ бы эти подставки по наружному виду между собою, неказались разнообразны.

мѣсто AC — сорокъ восемъ, а на мѣсто аршина — шестьнадцать, (общую же мѣру вершка, при нихъ подразумѣваемъ, чл. V), получимъ *закрытое* уравненіе

сорокъ восемъ = *шеснадцати* x . . . . . (d)

И такъ, чтобъ, изъ этаго уравненія, опредѣлить чему равенъ x, то должно найти: сколько разъ *шеснадцать*, какъ данная мѣра, повторяется въ *сорока восьми*, какъ въ данномъ мѣримомъ, и тогда число этихъ повтореній или содержаній покажетъ величину x, т. е. искомое отношеніе. Но какимъ именно образомъ, чрезъ какія именно дѣйствія, можно найти это содержаніе, для того, во первыхъ, должны принять, на мѣсто всѣхъ возможныхъ, *словесныхъ*, чиселъ, сокращенные ихъ знаки; изучить самыя правила для всѣхъ дѣйствій надъ ими, и тогда уже небудемъ имѣть никакого труда въ опредѣленіи, на самомъ дѣлѣ, изъ каждаго закрытаго уравненія, а слѣд. и изъ предложеннаго, искомое число x.

d). Но чтобъ построить правила для дѣйствій, то во первыхъ, необходимо изслѣдовать свойства, сокращенныхъ знаковъ чиселъ, правила же суть уже слѣдствія этихъ свойствъ (смот. выноску къ заключенію c); посему, изъ общаго опредѣленія Ариѳметики можно вывести еще другое общее: *Ариѳметика есть наука, о свойствахъ данныхъ чиселъ* (*), *о нахожденіи, изъ закрытаго уравненія, искомаго числа, по двумъ даннымъ*.

e). Ариѳметику составляютъ три части: въ первой

(*) Подъ данными числами разумѣемъ сокращенные знаки ихъ.

излагается теорія цѣлыхъ чиселъ, во второй — теорія дробей, а приложеніе этихъ двухъ частей, къ разрѣшенію, въ общежитіи употребляемыхъ, вопросовъ, основываетъ третюю и послѣднюю часть — *практическую Ариѳметику*. Изъ этого раздѣленія, легко уже примѣтить, что всѣ наши опредѣленія Ариѳметики, совершенно справедливы только лишь для теоретической части ея, практическая же — выходитъ изъ предѣловъ ихъ, что и недолжно быть иначе. Ибо третяя часть составляется изъ трехъ разныхъ элементовъ: изъ цѣлыхъ чиселъ первой части, изъ дробныхъ чиселъ второй, и изъ самаго характера задачи, разрѣшаемой по этимъ даннымъ; слѣд. соединеніе ихъ въ одно цѣлое производитъ, нѣкоторымъ образомъ, высшую часть Ариѳметики, верхъ всѣхъ знаній ариѳметическихъ, при которыхъ, дѣйствительно, могутъ встрѣтится, въ *уравненіи*, вмѣсто двухъ, — три четыре, пять . . . . . *данныхъ*, *искомое* же при нихъ всегда *одно* (смот. §§ 92 157—161), чемъ самимъ Ариѳметика и разграничивается отъ Алгебры, въ коей при многихъ данныхъ много и искомыхъ.

Казалось, по этимъ изслѣдованіямъ, практическая Ариѳметика остается внѣ общаго опредѣленія, но сообразивъ дѣло по ближе, мы всѣ три части Ариѳметики, какъ одно цѣлое, сводимъ на науку *о свойствахъ данныхъ чиселъ, о четырехъ простыхъ закрытыхъ уравненіяхъ* (смот. предисловіе и §§ 157—161), *и о приложеніи ихъ, къ разрѣшенію практическихъ вопросовъ*.

Конечно, настоящимъ опредѣленіемъ могутъ пользоваться не учащіяся, а учащіе; потому что для убѣжденія въ справедливости сказаннаго, нужно основательно уже знать весь этотъ курсъ.

2. О исчисленіи или нумераціи.

§ 2.

Первыя числа, показывающія отношеніе мѣры въ мѣримомъ, обыкновенно выражаются словами: *одинъ*, *два*, *три*, *четыре*, *пять*, *шесть*, *сѣмь*, *восемъ*, *девять*......, а сокращенно изображаются такъ:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Сіи выраженія или представители количествъ называются *цыфрами*; и первая изъ нихъ (1), имѣетъ *двоякое* значеніе: и выраженія мѣры *перваго порядка*, и по вторенія ея въ мѣримомъ *одинъ разъ*; всѣ же прочія-единичное значеніе, показывая *многократное* повтореніе единицы перваго порядка или мѣры въ мѣримомъ (§ 1, V урав. Ъ).

Въ § 3, чл. IV, увидимъ, что числа, *сорокъ восимъ* и *шестьнадцать*, уравненія (d)

сорокъ восимъ = *шеснадцати* x

выражаются чрезъ 48 и 16; а поэтому, уравненіе наше, сокращается въ слѣдующее:

$$48 = 16\,x, \text{ или}$$
$$16\,x = 48.$$

Теперь понятна польза сокращенія *словесныхъ* чиселъ, поелику въ этихъ равенствахъ всѣ условія стоятъ предъ глазами, наглядно, очевидно, ясно; но добавимъ, не смотря на это, мы все таки неумѣемъ, изъ этихъ чиселъ, опредѣлять величину x, и потуда не будемъ умѣть, доколѣ неизучимъ самыя правила для всѣхъ дѣйствій надъ ими (смот. § 36).

§ 3.

Если бы для словъ, слѣдуемыхъ за девятью, выдуманы были особые знаки, то чрезвычайное множество ихъ было бы для памяти не сноснѣйшимъ бременемъ, воизбѣжаніе сего, *условились*, постоянно, *довольствоваться*, при изображеніи всѣхъ возможныхъ чиселъ, данныхъ количествъ, *единственно принятыми девятью знаками*, поступая слѣдующимъ образомъ:

1. Поелику начально вымерянная часть предмета AC, равная девяти, становится намъ извѣстною (чл. урав. Ѣ), то вопервыхъ ее *отмѣчаютъ*, на примѣръ *чертою*, а потомъ измѣряютъ остальную часть CB (§ 1, чл. 11), употребляя къ сему прежнюю мѣру съ присоединеніемъ къ ней отмѣченной части мѣримаго; т. е. девяти мѣръ: берутъ ap, равную nm, да еще часть pE, равную AC, и составляютъ мѣру aE, равную части AD, цѣлаго предмета AB, которой степень называютъ *единицею втораго порядка* или *десяткомъ*, и изображаютъ двоесложно знакомъ *десять*: (10); гдѣ 0 (*нуль*) есть цыфра, сама по себѣ ни чего неозначающая, но будучи приписана къ 1-цѣ съ правой стороны, показываетъ *условное различіе* величины единицы втораго порядка, отъ единицы — перваго.

Выходящія отъ сюда, чрезъ дѣйствіе § 1, чл. 11, числа, выражаются словами: *десять*, *двадцать*, *трид-*

цать, сорокъ, пятьдесятъ, шестьдесятъ, семьдесятъ, восемьдесятъ, девяносто или

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Примѣчаніе. Мѣрою перваго порядка тогда измѣряютъ мѣримое, когда замѣчаютъ, что оно меньше мѣры втораго порядка; въ этомъ состоитъ предосторожность въ измѣреніи.

II. Какъ же чаще всего случается, что при измѣреніи предмета мѣрою втораго порядка сія въ первомъ можетъ помѣщаться одинъ разъ съ остаткомъ, два раза съ остаткомъ, три раза съ остаткомъ и т. д. то, для опредѣленія величины остатка употребляютъ мѣру перваго порядка и находятъ по правилу въ § 1 его великость, и выводъ выражаютъ словами: десять и одинъ составляютъ *одинадцать*, десять и два—*двѣнадцать*, десять и три *тринадцать*, десять и четыре *четырнадцать*, десять и пять *пятнадцать*, десять и шесть *шестнадцать*, десять и семь *семнадцать*, десять и восемь *восемнадцать*, десять и девять — *девятнадцать*; также двадцать и одинъ—*двадцать одинъ*, двадцать и два—*двадцать два*,........ девяносто и одинъ — *девяносто одинъ*.........., что изображаютъ такъ:

10 и 1, 10 и 2, 10 и 3, 10 и 4......... 10 и 9.
20 и 1, 20 и 2, 20 и 3, 20 и 4 .... 20 и 9.
также
90 и 1, 90 и 2, 90 и 3, 90 и 4..... 90 и 9.

III. Если примѣтятъ, что измѣряемый предметъ болѣе мѣры втораго порядка, то составляютъ для измѣренія онаго мѣру *третьяго порядка—сотню*, изъ десяти мѣръ вторато, которой степень изображается троесложно знакомъ *сто* (100), Отсюда производныя числа суть: *сто, двѣсти, триста, четыреста, пятьсотъ, шестьсотъ, семьсотъ, осемьсотъ, девятьсотъ*, или

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

Сказанное объ остаткѣ меньшемъ своей мѣры въ числѣ (11), прилично и сдѣсь; съ тѣмъ добавленіемъ, что къ каждой цыѳрѣ третьяго порядка приписываются всѣ цыѳры перваго и втораго порядковъ. Такъ сто одинъ, сто два......... сто десять..... сто одиннадцать....... сто сорокъ....... сто сорокъ осемъ....... девятьсотъ пятьдесятъ девять........ девятьсотъ девяносто осемъ...... пишутъ

100 и 1, 100 и 2......
100 и 10, 100 и 10 и 1.......
100 и 40, 100 и 40 и 8......
900 и 50 и 9, 900 и 90 и 8......

IV. ***Общее правило.*** Изъ принятаго изображенія цыѳръ видимъ, что всѣ числа произходящія отъ единицы перваго порядка состоятъ въ простомъ знакѣ; всѣ числа происходящія отъ десятка изъ—двухсложнаго и означаются вторымъ мѣстомъ слѣва; ибо первая — есть нуль; всѣ числа произходящія отъ единицы третьяго порядка—сотни,—третьимъ; слѣд. *цыфры первыхъ трехъ порядковъ единицъ*, долженствующихъ выразить величину измѣреннаго предмета *при соединеніи имѣютъ расположиться просто одни возлѣ другаго* съ слѣдующимъ ограниченіемъ: *число единицы перваго порядка на первомъ мѣстѣ справа, число десятка—на второмъ, число сотни—на третьемъ;*

вообще *числомъ единицы непосредственно низшаго порядка должно замѣстить нуль числа непосредственно за нимъ высшаго.* Такъ 20 и 5 составятъ 25, 300 и 40 составятъ 340, а 800 и 60 и 2 составятъ 862. На основаніи сего исчисленія, числа, членовъ 11 и 111 сокращаются въ слѣдующія:

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29.
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99.

Также
101, 102........110, 111, 112.......142, 148 149.
259, 299........889, 895.......979, 999.

Этимъ способомъ составляются всѣ возможныя числа; ибо цыфры происходящія отъ единицы четвертаго порядка означаются *четвертымъ* мѣстомъ слѣва; пятаго —*пятымъ* и т. д. Словомъ: 1, 10, 100, 1000, 10000....... *суть предѣлы, между коими вмѣщаются всѣ данныя числа.*

§. 4.

Изъ общихъ изслѣдованій предыдущаго §—выходитъ, что

I. Цыфра (10) имѣетъ *троякое* значеніе: a) и выраженія мѣры втораго порядка; b) и повторенія оной въ мѣримомъ одинъ разъ; c) и повторенія въ ней единицы перваго порядка десять разъ.

II. Цыфра (100) *четвероякое*: a) и выраженія мѣры третьяго порядка; b) и повторенія оной въ мѣримомъ одинъ разъ; и повторенія въ ней: c) мѣры втораго порядка десять разъ; а d) перваго—сто разъ; числа же 20, 30, 40.....200, 300, 400......... имѣютъ одно исключительное назначенiе и имянно: первыя три показываютъ многократное повторенiе единицы втораго, а вторыя три—третьяго порядка въ мѣримомъ. На основанiи сказаннаго и § 2

III. Выраженiе единицы перваго порядка или знакъ 1 противъ 10, а 10 противъ 100 въ десять разъ меньше; и обратно 100 противъ 10, а 10 противъ 1 — въ десять разъ больше. Другими словами: поелику мѣра перваго порядка повторенная десять разъ производитъ мѣру втораго порядка именуемую десяткомъ; а десятокъ повторенный столько же—сотню и т. д. *то и выраженiе мѣры перваго порядка или единица, повторенная десять разъ равна—десяти; а десять повторенное столько же равно сту.*

Въ слѣдствiе такой тожественности многихъ чиселъ принятъ *условный знакъ* (=)*равенства* такъ;

1 *съ* 9=10, 90 *съ* 10=100, 900 *съ* 80 *съ* 2=982. (§ 3, IV).

Значитъ: одинъ съ девятью *равны* десяти; девяносто съ десятью—сту; девятьсотъ съ восьмидесятью и съ двумя *равно* девятистамъ восьмидесяти двумъ.

IV. Въ рядѣ числъ, выходящихъ изъ единицы перваго порядка:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

каждый знакъ предыдущiй выражаетъ меньшую величину противъ послѣдующаго *единицею*. Въ рядѣ числъ единицы втораго порядка:

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

каждый знакъ предыдущій выражаетъ меньшую величину противъ послѣдующаго *десятью;* т. е. единицею втораго порядка. Въ рядѣ числъ единицы третьяго порядка:

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

каждый знакъ предыдущій выражаетъ меньшую величину противъ слѣдующаго *сотнею*, т. е. единицею третьяго разряда; и обратно. Это различіе, утверждаетъ величина или степень ихъ мѣръ.

Въ слѣдствіе такого неравенства многихъ чиселъ употребляютъ условный знакъ: (<)—*неравенства*, обращая отверстіе его къ большему. Такъ

$$2<5, 1<10,\ 10<100,\ 300>40.$$

Значитъ: два *меньше* пяти; одинъ—десяти; десять—ста; триста *больше* сорока.

V. На основаніи же общаго правила составленія чиселъ (§ 3, IV) слѣдуетъ, что въ рядѣ единицъ

.....111.

первый знакъ съ правой руки означаетъ единицу перваго порядка, второй за нимъ влѣво—единицу втораго порядка или десятокъ, третій—сотню...... Но 1 противъ 10, 10 противъ 100 въ десять разъ меньше и обратно 100 противъ 10, 10 противъ 1 въ десять разъ больше; по сему вообще *въ рядѣ цыфръ, каждая единица числа высшаго порядка непосредственно слѣдующаго за низшимъ въ десять разъ больше единицы сего послѣдняго.* Такъ, въ рядѣ 534, каждая единица числа 3, въ десять разъ больше единицы цыфры 4; а единица цыфры 5, въ десять разъ *больше* каждой единицы цыфры 3 и обратно.

§ 5.

За симъ представляется еще одна трудность: какъ *прочитать* величину числа *написаннаго* словами, и обратно изустно произнесеннаго—*написать*.

Для первой надобности должно пріуготовить данное число, такимъ образомъ, чтобъ можно было съ перваго взгляда судить о его значеніи. Чтобъ цѣль эту выполнить, берутъ: напримѣръ

..........20, 421, 959, 821, 345, 731, 227, 895, 928, 144.
10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

и *отмѣчаютъ* въ немъ, начиная *справа всё по три знака запятыми*, (выключая послѣдняго съ лѣвой руки высшаго, въ которомъ могутъ быть два или одинъ знакъ) *и принимаютъ цыфры, каждаго отдѣленія за выраженіе одной единицы;* въ слѣдствіе того называютъ ихъ вообще и *однимъ именемъ*. Такъ, первое отдѣленіе съ правой руки именуютъ *простыми;* 2—*тысячами*; 3—*милліонами;* 4—*тысячь милліонами;* 5—*билліонами;* 6—*тысячь билліонами;* 7—*трилліонами;* 8—*тысячь трилліонами;* 9—*квадралліонами*; 10—*тысячь квадралліонами* и т. д.

Далѣе, поелику каждая единица цыфры слѣва въ 10 разъ больше единицы справа стоящей цыфры; § 4, чл. V, то и выводимъ, что если въ сложной нумераціи

..........227895(292)8144,

гдѣ бы нибыло, возмутся три знака вмѣстѣ, то оныя всегда удержатъ свой *законъ* (§ 3, IV общ. прав.); т. е. первое мѣсто справа будетъ содержать число единицы; второе—число десятка; третье—число сотни; слѣд. въ каждомъ изъ показанныхъ наименованій классовъ находятся: и единицы, и десятки, и сотни въ принадлежащихъ себѣ мѣстахъ.

Вообще, чтобъ пріуготовить число, *то должно его раздѣлить отъ правой руки къ лѣвой на классы, считая въ каждомъ по три знака;* потомъ *произнесть значеніе каждаго класса, начиная съ низшаго.* Такъ говорятъ, указывая на классъ простыхъ: это числа: единицы,—десятка,—сотни *класса простыхъ*; указывая на классъ тысячь:—это числа: единицы,—десятка,—сотни *класса тысячь;* указывая на классъ милліоновъ это числа един. десят. сот. *класса милліоновъ* и. т. д.; напослѣдокъ, *остановившись на крайнемъ высшемъ, возвращаются обратнымъ путемъ,* читая: 20 тысячь квадралліоновъ, 421 квадралліонъ; 959 тысячь трилліоновъ, 821 трилліонъ; 345 тысячь билліоновъ, 731 билліонъ, 227 тысячь милліоновъ; 895 милліоновъ, 928 тысячь и 144 простыхъ единицъ. Но легко усмотрѣть, что 10-е съ 9-мъ, 8-е съ 7-мъ, 6-е съ 5-мъ, 4-е съ 3-мъ и 2-е съ 1-мъ классы *въ послѣднихъ* наименованіяхъ каждаго—*тожественны,* а потому одно общее наименованіе въ каждыхъ двухъ классахъ при произношеніи *скрываютъ;* а именно говорятъ: 20, 421 квадралліонъ; 959,881 трилліонъ; 345,731 билліонъ, 227,895 милліоновъ, 928,144 единицы простыхъ. Откуда ясно, что чрезъ это простое замѣчаніе, классъ квадралліоновъ вообще обращается *въ пятое отдѣленіе,* трилліоновъ—*въ четвертое,* биллiоновъ—*въ третье;*—миллiоновъ—*во второе;*—тысячь и простыхъ *въ первое;* при томъ, каждый классъ, состоя *изъ шести знаковъ,* (кромѣ высшаго), подраздѣляется *запятыми на два отдѣленiя,* изъ коихъ первое съ лѣвой руки выражаетъ тысячи, а второе за нимъ вправо—простыя. Но, дабы еще облегчить себя, при выговариванiи многосложныхъ чиселъ, то подъ каждымъ классомъ ставятъ число, показывающее его порядокъ. Такъ

129, 252, 670, 805, 025, 078, 000, 432, 150, 701.
5, 4, 3, 2, 1.

и потомъ читаютъ по предыдущему.

Но если число написано *словами,* то для изображенiя его *цыфрами* должно начинать ихъ рядъ съ лѣвой руки. При изображенiи цыфрами числа: *восемьсотъ восемьдесятъ пять тысячъ квадраллiоновъ, девятьсотъ пятьдесятъ два квадраллiона, четыреста девяносто три триллiона, двадцать тысячъ биллiоновъ, восемь биллiонновъ, девятьсотъ тридцать пять миллiоновъ и семьсотъ одна единица* простыхъ; во первыхъ усматриваю, что сдѣсь *опущены*: 1-е, отдѣленiе тысячь—въ классѣ триллiоновъ; 2-е, въ биллiонахъ: сотни и единицы тысячь, сотни и десятки; 3-е, въ миллiонахъ: весь классъ тысячь; 4-е, въ простыхъ: весь классъ тысячь и десятки простые; а потому и пишу

885, 952, 000, 493, 020, 008, 000, 935, 000, 701.
5, 4, 3, 2, 1.

Такимъ же образомъ должно разсуждать и о прочихъ сему подобныхъ случаяхъ: ибо, если расположимъ въ такомъ порядкѣ знаки, какъ они выражены словами, не обращая вниманія на ихъ значеніе, то ошибка выйдетъ на нѣсколько сотъ тысячь квадралліоновъ, трилліоновъ, и тысячь билліоновъ, какъ видно изъ слѣдующаго:

785, 952, 493, 283, 571.

И такъ отсюда выходитъ само собою правило: *чтобъ написать цыфрами выраженное словами число, то должно начинать строку отъ лѣвой руки съ самаго высшаго класса; и тѣ мѣста въ каждомъ классѣ, о коихъ будетъ умолчено, дополнять нулями, раздѣляя при семъ высшій классъ отъ низшаго запятою и подпискою числа, показывающаго порядокъ класса.*